

گزینه ۴

۱

بخشی از گرمای داده شده به گلیسرین باید دمای ۲۰۰ g آن را از ۲۰°C به ۲۹۰°C برساند و باقی مانده آن باید ۱۰۰ g گلیسرین مایع را به بخار تبدیل کند. بنابراین طرحواره زیر را رسم می کنیم و بر اساس آن داریم:

$$\text{بخار گلیسرین } ۲۹۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2 = m' L_V} \text{گلیسرین } ۲۹۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} \text{گلیسرین } ۲۰^{\circ}\text{C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + m' L_V$$

$$\xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}, m'=0.1 \text{ kg}} \xrightarrow{C=2400 \text{ J/kgK}, L_V=974 \text{ J/kg}} Q_{\text{کل}} = \underbrace{0.2 \times 2400 \times (290 - 20)}_{129600} + \underbrace{0.1 \times 974000}_{97400}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 227000 \text{ J} = 227 \text{ kJ}$$

گزینه ۴

۲

بخشی از گرمای داده شده به گلیسرین باید دمای ۲۰۰ g آن را از ۲۰°C به ۲۹۰°C برساند و باقی مانده آن باید ۱۰۰ g گلیسرین مایع را به بخار تبدیل کند. بنابراین طرحواره زیر را رسم می کنیم و بر اساس آن داریم:

$$\text{بخار گلیسرین } ۲۹۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2 = m' L_V} \text{گلیسرین } ۲۹۰^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} \text{گلیسرین } ۲۰^{\circ}\text{C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta + m' L_V$$

$$\xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}, m'=0.1 \text{ kg}} \xrightarrow{C=2400 \text{ J/kgK}, L_V=974 \text{ J/kg}} Q_{\text{کل}} = \underbrace{0.2 \times 2400 \times (290 - 20)}_{129600} + \underbrace{0.1 \times 974000}_{97400}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{کل}} = 227000 \text{ J} = 227 \text{ kJ}$$

گزینه ۲

۳

چون جرم یخ افزایش یافته یعنی مقداری از آب اطراف یخ زده است و دمای یخ افزوده شده به صفر درجه سلسیوس رسیده است؛ بنابراین:

$$0 = \text{گرمایی که آب می دهد} + \text{گرمایی که یخ می گیرد}$$

$$\Rightarrow m' c \Delta\theta - m L_F = 0 \Rightarrow m' c \Delta\theta - \frac{20}{100} m' L_F = 0$$

$$\Rightarrow c \Delta\theta - 0.2 L_F \Rightarrow 2/1 (0 - \theta) - 0.2 \times 336 = 0$$

$$\Rightarrow -2/1 \theta = 0.2 \times 336 \Rightarrow \theta = -32^{\circ}\text{C}$$

$$Q_v = Q_l, \Delta\theta_v = \Delta\theta_l + \frac{25}{100}\Delta\theta_l = \frac{125}{100}\Delta\theta_l$$

$$Q_v = Q_l \Rightarrow m_v c_v \Delta\theta_v = m_l c_l \Delta\theta_l \Rightarrow \frac{m_v}{m_l} = \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_v} = \frac{\Delta\theta_l}{\frac{125}{100}\Delta\theta_l} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$$

$$m_v = \frac{4}{5}m_l \Rightarrow \text{درصد تغییر جسم} : \frac{\Delta m}{m_l} \times 100 = \frac{m_v - m_l}{m_l} \times 100 \\ = \frac{\frac{4}{5}m_l - m_l}{m_l} = -\frac{1}{5} \times 100 = -20\%$$

ابتدا با استفاده از $\Delta V = V_l(\alpha_l)\Delta\theta$ ، نسبت تغییر دمای دو کره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_l}{\Delta V_v} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_l^3}{\frac{4}{3}\pi r_v^3} \times \frac{(\alpha_l)}{(\alpha_v)} \times \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_v} \Rightarrow 1 = \left(\frac{r_l}{r_v}\right)^3 \times 3 \times \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_v} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_v} = \frac{9}{\lambda}$$

حالا از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، نسبت گرمای ویژه دو فلز را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{Q_l}{Q_v} = \frac{m_l}{m_v} \times \frac{c_l}{c_v} \times \frac{\Delta\theta_l}{\Delta\theta_v} \Rightarrow 1 = \frac{\rho_l V_l}{\rho_v V_v} \times \frac{c_l}{c_v} \times \frac{9}{\lambda} \Rightarrow 1 = \frac{4 \times (r_l)^3}{6 \times (r_v)^3} \times \frac{c_l}{c_v} \times \frac{9}{\lambda} \\ \Rightarrow \frac{c_l}{c_v} = \frac{1\lambda}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$\frac{\Delta V}{V_l} \times 100 = \alpha \times 60 \times 100 = 0.6 \Rightarrow \alpha = \frac{0.6}{3 \times 60 \times 100} 1/K$$

$$\frac{\Delta A}{A_l} \times 100 = 2\alpha \times 30 \times 100 = 2 \times \frac{0.6}{3 \times 60 \times 100} \times 30 \times 100 = 0.2$$

$$mL_f = m_l c \Delta\theta_l \Rightarrow mL_f = m_l c \times 50$$

$$m'L_f = m_v c \Delta\theta_v \Rightarrow \frac{m}{2}L_f = m_v c \times 20 \Rightarrow 2 = \frac{m_l}{m_v} \times \frac{50}{2} \Rightarrow \frac{m_l}{m_v} = \frac{4}{5}$$

در گام اول، حجم‌های فلز به کاررفته در این دو کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V_A = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V_B = \frac{4}{3}\pi R^3 - \underbrace{\frac{4}{3}\pi r^3}_{\text{حجم حفره}} \xrightarrow{r=\frac{R}{\gamma}} V_B = \frac{\gamma}{\lambda} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) \Rightarrow V_B = \frac{\gamma}{\lambda} V_A$$

طبق تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\frac{\rho_A = \rho_B}{\frac{V_B}{V_A} = \frac{\gamma}{\lambda}}} \frac{m_B}{m_A} = \frac{\gamma}{\lambda}$$

گرمای داده شده به کره‌ها، صرف افزایش دمای آن‌ها می‌شود:

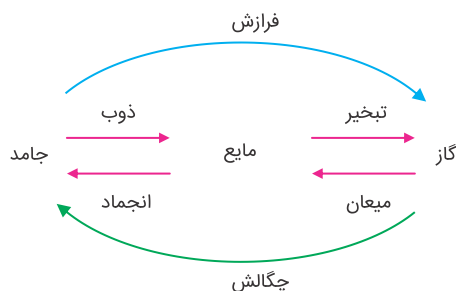
$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{C \text{ یکسان}} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \xrightarrow{Q_B=Q_A} 1 = \frac{\gamma}{\lambda} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{\gamma}{\lambda}$$

حالا در آخرین مرحله، رابطه انبساط گرمایی را می‌نویسیم:

$$\Delta V = V_1 \times \beta \times \Delta\theta \xrightarrow{\beta \text{ یکسان}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = \frac{V_A}{V_{\text{حفره}}} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} \times \frac{\gamma}{\lambda} = \left(\frac{R}{r} \right)^3 \times \frac{\gamma}{\lambda} \xrightarrow{r=\frac{R}{\gamma}} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_{\text{حفره}}} = (\gamma)^3 \times \frac{\gamma}{\lambda} = \gamma$$



در تبدیل گاز به جامد، چگالش نامیده شده و در این فرآیند گاز گرما از دست می‌دهد؛ یعنی این فرآیند گرمازا است.

برای آن که مایع سرریز نشود، افزایش حجم مایع حداکثر باید ۴۰۰ cm^3 بیشتر از افزایش حجم ظرف باشد، پس داریم:

$$۴۰۰ = \Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} \Rightarrow ۴۰۰ = (۶۰۰ \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \times \Delta\theta) - (۱۰۰۰ \times ۲ \times ۱۰^{-۴} \times \Delta\theta)$$

$$\Rightarrow ۴۰۰ = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times \Delta\theta(۶۰۰ - ۱۰۰) \Rightarrow \Delta\theta = ۴۰۰^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_{\text{گرماسنج}} = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e + \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e + \theta_2) + C_{\text{گرماسنج}} (\theta_e + \theta_{\text{گرماسنج}}) = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} = \frac{۷۰۰ \times ۴/۲ \times (۷/۵ - ۱۰) + ۲۴۰ \times ۴/۲ \times (۷/۵ - ۰)}{۲/۵} = ۸۴ \text{ J}/^\circ\text{C}$$

اگر دمای ذوب نقره را θ بنامیم، گرمای داده شده به نقره، ابتدا دمای نقره را از ۵۰°C به θ رسانده و سپس، در دمای ثابت θ ، نقره را ذوب کرده است:

$$\text{نقره } ۲۰^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} \text{نقره } \theta^\circ\text{C}$$

$$\text{نقره جامد} \xrightarrow{Q_2 = +mL_f} \text{نقره مایع}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = ۰/۵ \times ۲۳۶ \times (\theta - ۲۰) + ۰/۵ \times ۸۸ \times ۱۰۰۰ = ۱۵۴۹۲۰$$

$$\cancel{۰/۵ \times ۲۳۶\theta} - \cancel{۰/۵ \times ۲۳۶ \times ۲۰} + ۴۴۰۰۰ = ۱۵۴۹۲۰ \Rightarrow ۱۱۸\theta = ۱۱۳۲۸۰ \Rightarrow \theta = \frac{۱۱۳۲۸۰}{۱۱۸} = ۹۶۰^\circ\text{C}$$

در طول روز، زمین ساحل گرمتر از آب دریاست و پدیده همرفت طبیعی موجب نسیمی از سوی دریا به سمت ساحل می شود.

$$Q_1 = mc\Delta\theta : \text{یخ صفر درجه} \Rightarrow 12^\circ\text{C} - \text{یخ} : \text{گرمای آزاد شده از یخ} \\ Q_2 = mL_F : \text{آب صفر} \Rightarrow \text{یخ صفر}$$

$$Q_1 = 600 \times 2/1 \times 12 = 15120 \text{ J}$$

$$Q_2 = 600 \times 340 = 204000 \text{ J}$$

$$Q_3 = m'c'\Delta\theta' = 230 \times 4/2 \times 60 = 57960 \text{ J}$$

$Q_2 > Q_3$ پس تمام یخ ذوب نمی‌شود.

$$Q' = m'L_F \Rightarrow 57960 - 15120 = m' \times 340 \Rightarrow m' = 126 \text{ g}$$

۱۲۶ گرم یخ ذوب می‌شود.

$$230 + 126 = 356 \text{ g} : \text{جرم آب صفر درجه}$$

$$600 - 126 = 474 \text{ g} : \text{جرم یخ موجود}$$

$$Q_{\text{یخ ذوب شده}} + Q_{\text{آب}} = 0$$

$$mc_{\text{آب}}(\theta_c - \theta_1) + (520 - m)L_F = 0$$

$$\Rightarrow m \times \cancel{4200} \times (0 - 50) + (520 - m) \times \cancel{336000} = 0$$

$$\Rightarrow -50m + 80(520 - m) = 0 \Rightarrow -50m + 41600 - 80m = 0$$

$$\Rightarrow 13m = 4160 \Rightarrow m = 320 \text{ g}$$

در شب، زمین ساحل سردتر بوده و نسیمی از سوی ساحل به دریا جریان دارد و در طول روز این موضوع برعکس است.

اگر دمای اولیه آب در هر دو ظرف را T' در نظر بگیریم باتوجه به نمودارها، تغییرات دمای آب در تعادل با جسم A بیشتر از تغییرات دمای آب در تعادل با جسم B است. پس:

$$\left. \begin{aligned} |Q_A \text{ با تعادل با آب}| &= m_{(A)آب} c_{آب} |\Delta\theta_{(A)آب}| \\ |Q_B \text{ با تعادل با آب}| &= m_{(B)آب} c_{آب} |\Delta\theta_{(B)آب}| \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{|\Delta\theta_{(A)آب}| > |\Delta\theta_{(B)آب}|}{m_{(A)آب} = m_{(B)آب}} \rightarrow |Q_A \text{ با تعادل با آب}| > |Q_B \text{ با تعادل با آب}|$$

در تعادل گرمایی میزان گرمای گرفته شده توسط آب با گرمای ازدست رفته توسط فلز با هم برابر است. پس:

$$|Q_{A \text{ فلز}}| > |Q_{B \text{ فلز}}| \Rightarrow |m_A c_A \Delta\theta_A| > |m_B c_B \Delta\theta_B| \xrightarrow{\frac{m_A = m_B}{|\Delta\theta_A| > |\Delta\theta_B|}} c_A > c_B$$

باتوجه به این که هوا رسانای خوبی برای انرژی گرمایی نیست (رد گزینه "۳") و چون دست ما زیر لامپ قرار گرفته، انتقال گرما به صورت همرفت هم صورت نمی گیرد. (رد گزینه های "۱" و "۴")

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ 3Q = mL_F \end{cases} \Rightarrow \frac{3Q}{Q} = \frac{mL_F}{mc\Delta\theta} \Rightarrow 3 = \frac{L_F}{c\Delta\theta}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{6 \times 10^2 \times 10^3}{10^3 \Delta\theta} \Rightarrow \Delta\theta = 200^\circ \text{C}$$

گام اول: ابتدا حجم ماده تشکیل دهنده هریک از کره‌ها را به دست می‌آوریم:

$$V_A = \frac{4}{3}\pi r_A^3 = \frac{4}{3}\pi(10)^3$$

کره A توپر

$$V_B = \frac{4}{3}\pi(r_{\text{out}(B)}^3 - r_{\text{in}(B)}^3) = \frac{4}{3}\pi(10^3 - 5^3)$$

کره B توخالی

گام دوم: با استفاده از رابطه گرما به صورت نسبتی داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = \rho V c\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=\rho_B, c_A=c_B]{Q_A=Q_B} 1 = 1 \times \frac{\frac{4}{3}\pi(10^3)}{\frac{4}{3}\pi(10^3 - 5^3)} \times 1 \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{10^3 - 5^3}{10^3} = \frac{5^3(2^3 - 1)}{5^3 \times 2^3} = \frac{7}{8}$$

$$\Delta T = \Delta\theta = 45 \text{ K}$$

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta = \frac{9}{5} \times 45 = 81^\circ\text{F}$$

با استفاده از رابطه $\Delta V = V_1(\beta_{\text{مایع}} - \alpha_{\text{ظرف}})\Delta T$ داریم (دقت کنید که با توجه به پُر بودن ظرف قبل از افزایش دما، ظاهری مایع ΔV همان حجمی از مایع است که از ظرف سرریز می‌شود):

$$\text{حجم مایع سرریز شده} = \Delta V_{\text{ظاهری مایع}} = (200 \text{ cm}^3)(49 \times 10^{-5} - 3 \times 9 \times 10^{-6}) \times (60 - 20)$$

$$\Rightarrow \text{حجم مایع سرریز شده} = 200 \times 46/3 \times 10^{-5} \times 40 = 3/7 \text{ cm}^3$$

چون دمای تعادل بالاتر از صفر است، پس کل یخ ذوب شده و دمای مجموعه به θ_e می‌رسد. ابتدا گرمای مبادله شده توسط هر جسم تا رسیدن به تعادل گرمایی را به دست می‌آوریم:

$$Q_1 = mL_f = m \times \lambda_{\text{آب}} \quad (\text{گرمایی که یخ می‌گیرد تا کاملاً ذوب شود})$$

$$Q_2 = mc_{\text{آب}} \Delta\theta = m \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 0) \quad (\text{گرمایی که یخ ذوب شده می‌گیرد تا به دمای تعادل برسد})$$

$$Q_3 = 15m \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 0) \quad (\text{گرمایی که آب می‌گیرد تا به دمای تعادل برسد})$$

$$Q_4 = \lambda m \times c_{\text{فلز}} \times (\theta_e - 105) = \lambda m \times \frac{c_{\text{آب}}}{5} \times (\theta_e - 105) \quad (\text{گرمایی که فلز از دست می‌دهد})$$

چون یخ و آب در تعادل گرمایی هستند پس دمای مجموعه آن‌ها صفر است.

تا رسیدن به دمای تعادل مجموع گرماهای مبادله شده صفر است؛ پس داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow \lambda_{\text{آب}} mc + mc(\theta_e) + 15mc(\theta_e) + \frac{\lambda}{5} mc(\theta_e - 105) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } mc} \lambda_{\text{آب}} + \theta_e + 15\theta_e + \frac{\lambda}{5}\theta_e - 168 = 0 \Rightarrow (16 + \frac{\lambda}{5})\theta_e = 168 \Rightarrow \theta_e = 5^\circ\text{C}$$

ابتدا گرمایی که گرم‌کن به یخ می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$Q = P \times t \times R_a = 2000 \times (3 \times 60) \times \frac{50}{100} = 180 \times 10^3 \text{ J} = 180 \text{ kJ}$$

حالا به صورت مرحله‌ای، گرمای موردنیاز برای تغییر دما و تغییر حالت یخ را به دست می‌آوریم:

مرحله اول: تبدیل یخ 20°C به یخ 0°C

$$Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta = 1 \times 2/1 \times 20 = 42 \text{ kJ}$$

پس یخ به دمای 0°C خواهد رسید و مقدار $Q - Q_1 = 180 - 42 = 138 \text{ kJ}$ گرما باقی می‌ماند.

مرحله دوم: تبدیل یخ 0°C به آب 0°C

$$Q_2 = mL_F = 1 \times 336 = 336 \text{ kJ}$$

چون گرمای باقی‌مانده 138 kJ است، نمی‌تواند تمام یخ را ذوب کند. مقدار یخ ذوب‌شده برابر است با:

$$Q_{\text{باقیمانده}} = m' L_F \Rightarrow 138 = m' \times 336 \Rightarrow m' \simeq 0/41 \text{ kg} = 410 \text{ g}$$

بنابراین 410 g یخ ذوب می‌شود و 590 g یخ ذوب نشده باقی می‌ماند.

البته نیازی به محاسبه نبود و با توجه به نسبت گرمای باقی‌مانده به گرمای موردنیاز برای ذوب 1 kg یخ می‌توان فهمید که به اندازه

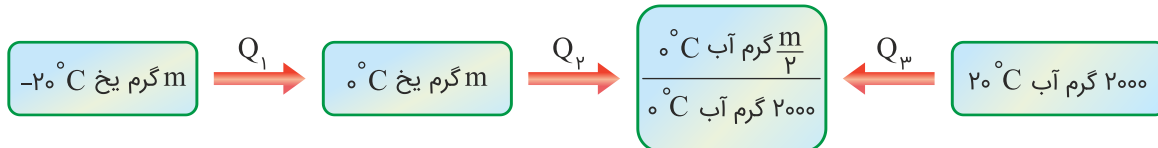
$\frac{138}{336}$ از یک کیلوگرم یخ که عددی کمتر از $0/5$ می‌باشد، یخ ذوب می‌شود.

گرمایی که یخ m از یخ صفر درجه را ذوب می‌کند = گرمایی که ۳۰ گرم آب ۱۰۰°C را بخار می‌کند.

$$m_{\text{آب}} L_V = m_{\text{یخ}} L_f \Rightarrow ۳۰ \times ۲۲۶۸ = m_{\text{یخ}} \times ۳۳۶ \Rightarrow m_{\text{یخ}} = ۲۰۲/۵ \text{ g}$$

$$m_{\text{یخ}} = ۰/۲۰۲۵ \text{ kg}$$

چون نیمی از یخ ذوب شده است، محصول مخلوطی از آب و یخ است و دمای تعادل ۰°C است؛ پس:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m \times \cancel{c_{\text{یخ}}^1} \times ۲۰ + \frac{m}{۲} \times ۱۶۰ \times \cancel{c_{\text{یخ}}^1} + ۲۰۰۰ \times \cancel{c_{\text{آب}}^۲} \times (-۲۰) = 0$$

$$\Rightarrow ۲۰m + ۸۰m = ۸۰۰۰۰ \Rightarrow m = ۸۰۰ \text{ g}$$

اگر بازده گرم‌کن ۵۰ درصد باشد، یعنی نیمی از گرمای تولیدی توسط آن ($P t$) در مدت t ثانیه دمای آب را بالا می‌برد و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} Q = R_a \times P t & \text{: گرمای داده شده به آب توسط گرم‌کن} \\ Q = mc\Delta\theta & \text{: گرمای جذب شده توسط آب} \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_a \times P t = mc\Delta\theta \Rightarrow P = \frac{mc\Delta\theta}{R_a \times t} \quad (*)$$

باتوجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\begin{cases} m = ۱ \text{ kg} \\ t = ۵ \times ۶۰ = ۳۰۰ \text{ s} \\ c = ۴۲۰۰ \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \\ \Delta\theta = ۳۰^{\circ}\text{C} \\ R_a = ۵۰\% = \frac{۱}{۲} \end{cases} \xrightarrow{(*)} P = \frac{۱ \times ۴۲۰۰ \times ۳۰}{۰/۵ \times ۳۰۰} = ۸۴۰ \text{ W}$$

تفسیح نوری به عنوان دماسنج معیار انتخاب شده است.

درباره درستی گزینه "۴" لازم به توضیح است که بدن انسان در دمای اتاق به واسطه تابش گرمایی با آهنگی در حدود ۱۰ W و به واسطه پدیده‌های همرفت و رسانش در هوای مجاور سطح بدن در مجموع با آهنگی در حدود ۱۰۰ W گرما از دست می‌دهد.

به دلیل دقت پایین ترموکوپل را به عنوان دماسنج معیار در نظر نمی گیرند.

مورد "ب" و "ث" نادرست اند. در جریان گردش خون همرفت واداشته موجب انتقال خون شده و هنگامی که بطری آب گرم بالا باشد، آب گرم در همان قسمت بالا می ماند و آب دو بطری مخلوط نمی شوند.